



GŁÓWNY URZĄD STATYSTYCZNY
CENTRAL STATISTICAL OFFICE

**SYTUACJA MAKROEKONOMICZNA W POLSCE NA TLE
PROCESÓW W GOSPODARCE ŚWIATOWEJ
W 2015 ROKU**

***MACROECONOMIC SITUATION IN POLAND
IN THE CONTEXT OF THE WORLD ECONOMIC PROCESSES
IN 2015***

www.stat.gov.pl

V. STRUKTURA WZROSTU ORAZ RÓŻNIC W POZIOMIE DOBROBYTU GOSPODARCZEGO W POLSCE I UE

W niniejszym rozdziale analizie poddano gospodarkę Polski na tle Unii Europejskiej oraz sześciu wybranych krajów Unii, tj. Niemiec, jako największej gospodarki Europy, Hiszpanii, jako kraju „starej” Unii, który jest najbardziej zbliżony do Polski pod względem liczby ludności, Włoch, oraz krajów Europy Środkowo-Wschodniej: Czech, Węgier i Słowacji. Wzorem publikacji z lat poprzednich przedmiotem niniejszego rozdziału jest syntetyczny opis zróżnicowania PKB *per capita* przy pomocy metod dekompozycji. Badany jest poziom dobrobytu gospodarczego w następujących uzupełniających się ujęciach:

- a) dekompozycja wzrostu realnego PKB *per capita* w UE w latach 2007-2015 na przykładzie wybranych krajów UE;
- b) dekompozycja różnic w poziomie Wartości Dodanej Brutto (WDB) *per capita*, według standardu siły nabywczej dla wybranych krajów UE, względem średniej UE w latach 2007-2015 oraz zmiany w czasie tych różnic w 2014 i 2015 r. w stosunku do roku poprzedniego; w ramach tego ujęcia dodatkowo zaprezentowana została:
 - o poddekompozycja różnic średniej wydajności pracy mierzonej za pomocą Wartości Dodanej Brutto według standardu siły nabywczej na 1 pracującego dla 11 grup sekcji PKD, zarówno w postaci różnic względem średniej dla UE w 2015 r., jak i zmian tych różnic w 2015 r. w stosunku do roku poprzedniego;
- c) dekompozycja zróżnicowania poziomu PKB *per capita* w podregionach Polski według współczynnika Theila w 2013 r. oraz zmiana tego zróżnicowania z 2013 r. w stosunku do 2003 r. W ramach tego ujęcia zaprezentowane są dwie poddekompozycje według:
 - o podgrup: podział na zróżnicowanie „wewnątrz” (podregiony względem makroregionów) i na zróżnicowanie „pomiędzy” (makroregiony względem Polski);
 - o składowych PKB *per capita*: podział na wydajność pracy, współczynnik zatrudnienia i wskaźnik struktury wieku.

Dodatkowo został zamieszczony krótki opis metodologiczny wymienionych dekompozycji ze szczególnym uwzględnieniem dekompozycji z punktu c). Bardziej kompletny opis metodologiczny dekompozycji w punkcie a) i b), czytelnik może znaleźć we wcześniejszych wersjach publikacji, w szczególności w wydaniu z 2012 r., pt. „Sytuacja makroekonomiczna w Polsce w 2011 r. na tle procesów w gospodarce światowej”.

1. DEKOMPOZYCJA WZROSTU

METODYKA

Punktem wyjścia dekompozycji wzrostu jest PKB *per capita* w ujęciu realnym (tj. w cenach stałych w walucie krajowej), które można zapisać jako iloczyn wybranych wskaźników reprezentujących różne obszary sytuacji społeczno-gospodarczej danego kraju:

- efektywność gospodarki:
 - średnia wydajność pracy liczona jako PKB w ujęciu realnym na osobogodzinę pracy osoby pracującej;
- rynek pracy:
 - wskaźnik zatrudnienia;
 - faktyczny roczny czas pracy osoby pracującej;
- demografia:
 - udział populacji w wieku 15-64 lat w całości populacji.

Zapis formalny jest wówczas następujący:

$$\frac{\text{PKB}}{\text{Populacja}} = \frac{\text{PKB}}{\text{Pracujący} \times \text{Czas pracy}} \times \frac{\text{Pracujący}}{\text{Populacja 15-64}} \times \text{Czas pracy} \times \frac{\text{Populacja 15-64}}{\text{Populacja}}$$

PKB per capita wydajność pracy wsk. zatrudnienia wsk. str. wiekowej

Metoda dekompozycji wzrostu polega na przejściu ze wskaźników mierzących poziomy odpowiednich wielkości, które występują w wyrażeniu powyżej, do procentowych zmian w czasie tych wskaźników¹⁹¹ (oznaczone przez $\Delta_t^{\%}$) – poniższe przekształcenie zostało dodatkowo zilustrowane przykładem dla danych dotyczących Polski w 2015 r.:

$$\underbrace{\Delta_t^{\%} \frac{\text{PKB}}{\text{Populacja}}}_{+3,68\%} \approx \underbrace{\Delta_t^{\%} \frac{\text{PKB}}{\text{Pracujący} \times \text{Czas pracy}}}_{+2,05\%} + \underbrace{\Delta_t^{\%} \frac{\text{Pracujący}}{\text{Populacja 15-64}}}_{+2,21\%} + \underbrace{\Delta_t^{\%} \text{Czas pracy}}_{+0,14\%} + \underbrace{\Delta_t^{\%} \frac{\text{Populacja 15-64}}{\text{Populacja}}}_{-0,75\%}$$

Interpretacja powyższej dekompozycji jest następująca. W 2015 r. wzrost realnego PKB na osobę wyniósł +3,68%. Na ten wzrost składa się w głównej mierze wzrost wskaźnika zatrudnienia (+2,21%), a w następnej kolejności wzrost średniej wydajności pracy (+2,05%), spadek wskaźnika struktury wieku (-0,75%) oraz wzrost faktycznego rocznego czasu pracy (+0,14%).

EWOLUCJA STRUKTURY WZROSTU PKB PER CAPITA DLA WYBRANYCH KRAJÓW UE W LATACH 2007-2015.

Wzrost realnego PKB *per capita* w 2015 r. wyniósł w Unii Europejskiej 1,62%. Motorem tej zmiany był w przeważającej mierze wzrost zatrudnienia (wskaźnik zatrudnienia wzrósł o 1,2%), a dopiero w drugiej kolejności wzrost wydajności pracy (PKB na 1 osobogodzinę pracy wzrósł o 0,81%). Na niekorzyść

¹⁹¹ W przedstawionej metodzie dekompozycji stosuje się zmiany procentowe odpowiednich wskaźników, a nie zmiany w punktach procentowych, które zwykle mają zastosowanie przy interpretacji wskaźników wyrażonych jako udział w całości takich jak na przykład wskaźnik zatrudnienia.

oddziaływały natomiast czynniki demograficzne (udział osób w wieku produkcyjnym w całości populacji spadł o 0,49%).

Spośród siedmiu omawianych krajów Unii Europejskiej, Niemcy i Włochy wykazały relatywnie niski wzrost realnego PKB *per capita* (odpowiednio 1,15% i 0,74%), przy czym w Niemczech wynikało to z niskiego około półprocentowego wzrostu, zarówno średniej wydajności pracy jak i wskaźnika zatrudnienia, natomiast we Włoszech główną przyczyną był brak wzrostu średniej wydajności pracy. Pozostałe pięć spośród omawianych krajów wykazało ponad trzyprocentowy wzrost realnego PKB *per capita*. Na Węgrzech i w Hiszpanii głównym motorem tego wzrostu była istotna poprawa wskaźnika zatrudnienia (odpowiednio o 3,60% i 3,54%), przy jednoczesnej małej poprawie średniej wydajności pracy.

Z kolei w Polsce, w Czechach i na Słowacji za wzrost realnego PKB *per capita* w przeważającej mierze odpowiadała jednoczesna poprawa wskaźnika zatrudnienia i średniej wydajności pracy (we wszystkich przypadkach około dwuprocentowa). Pozostałe składniki wzrostu miały mniejszy wpływ, przy czym czynnik demograficzny działał we wszystkich przypadkach na niekorzyść (zakres zmian wskaźnika struktury wieku w omawianych krajach wynosił od -0,25% w Niemczech do -0,98% w Czechach), natomiast czas pracy w niektórych przypadkach na korzyść (w Czechach +0,64%) a w niektórych na niekorzyść (w Hiszpanii -0,40%).

Tabl. 75. Dekompozycja wzrostu PKB *per capita* w cenach stałych w Unii Europejskiej i jej wybranych krajów w 2015 r.

Wyszczególnienie	UE	Niemcy	Hiszpania	Włochy	Polska	Czechy	Węgry	Słowacja
	w %							
PKB <i>per capita</i>	1,62	1,15	3,35	0,74	3,68	3,94	3,17	3,49
Wydajność pracy	0,81	0,50	0,67	-0,15	2,05	2,31	0,50	1,91
Wskaźnik zatrudnienia	1,20	0,54	3,60	0,88	2,21	1,95	3,54	2,47
Wskaźnik struktury wieku	-0,49	-0,25	-0,50	-0,34	-0,75	-0,98	-0,61	-0,58
Czas pracy	0,10	0,35	-0,40	0,35	0,14	0,64	-0,25	-0,31

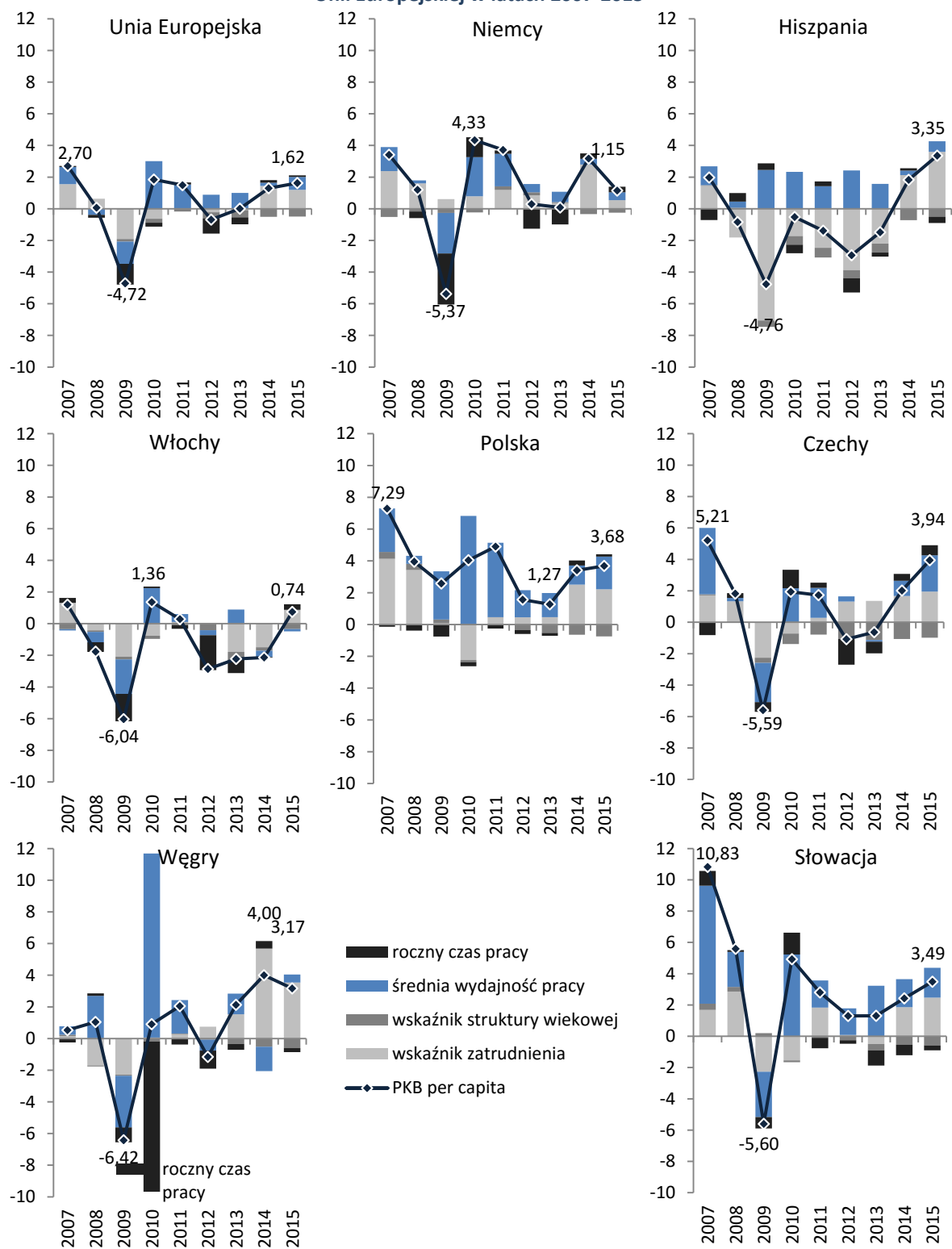
Źródło: obliczenia własne na podstawie danych Eurostatu.

W latach 2007-2015 wzrost gospodarczy krajów Unii Europejskiej wykazywał się dużą zmiennością. Na przykład na Słowacji wzrost realnego PKB *per capita* wyniósł 10,83% w 2007 r., aby spaść o 5,60% w 2009 r. W większości krajów Unii Europejskiej najgorszy pod względem wzrostu gospodarczego był rok 2009. Średnio w Unii Europejskiej spadek realnego PKB *per capita* wyniósł wówczas 4,72%.

Wyjątkiem była Polska, która odnotowała wzrost w tym roku na poziomie 2,58%, co było możliwe dzięki zachowaniu wysokiego wzrostu średniej wydajności pracy. Dla Polski najgorsze okazały się lata 2012 i 2013, kiedy to wzrost spadł do poziomu poniżej półtoraprocentowego. Rok 2014 i 2015 był natomiast wyraźnie lepszy, głównie za sprawą wzrostu zatrudnienia. Rozstęp wartości wzrostu PKB *per capita* był dla Polski mały i wynosił 6,02 p.p. w porównaniu z 7,42 p.p. średnio dla Unii Europejskiej oraz z 16,43 p.p. dla Słowacji. Dodatkowo Polska utrzymywała dodatnią dynamikę PKB *per capita* przez cały omawiany okres. W rezultacie średni wzrost tej wielkości (średnia geometryczna wzrostu z poszczególnych lat) w badanym okresie wyniósł w naszym kraju 3,62% w porównaniu z 2,93% na Słowacji, 1,29% w Niemczech, 1,00% w Czechach, 0,65% na Węgrzech, -0,56% w Hiszpanii i -1,30% we Włoszech. W Unii Europejskiej średni wzrost wyniósł 0,38%. Ten dobry wynik dla polskiej gospodarki został osiągnięty pomimo, iż spośród badanych siedmiu krajów Polska była liderem wzrostu

gospodarczego *per capita* tylko w niektórych latach: 2009 oraz 2011-2012. W latach 2007-2008 i 2010 liderem wzrostu pozostawała Słowacja, w latach 2013-2014 Węgry, a w 2015 r. Czechy.

Wykres 114. Dekompozycja wzrostu realnego PKB *per capita* dla Unii Europejskiej oraz wybranych krajów Unii Europejskiej w latach 2007-2015



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych Eurostatu.

osobogodzinę pracy i różnic w całkowitej liczbie przepracowanych godzin $(-41,18\% \times 25,18\% = -10,37\%)$. Te interakcje cząstkowe $(-10,37\%)$ wchodzi w skład elementu interakcje $(-8,95\%)$ wyszczególnionego w Tabelicy 75. oraz na Wykresie 121. Różnice w metodologii $(-8,61\%)$ oprócz różnic czysto technicznych wskazują na dużą emigrację ludności (patrz przypis powyżej), tj. np. osoby, które pracują w przedsiębiorstwach zlokalizowanych poza granicami Polski, a jednocześnie uwzględnione jako zamieszkałe w Polsce, według Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności. Dodatkowym elementem negatywnie wpływającym na poziom realnego WDB *per capita* Polski jest niski współczynnik aktywności ekonomicznej, który jest niższy o 6,08% od średniej unijnej. Wpływ czynnika demograficznego jest na razie dodatni (wskaźnik struktury wieku jest o 6,15% wyższy niż w Unii Europejskiej).

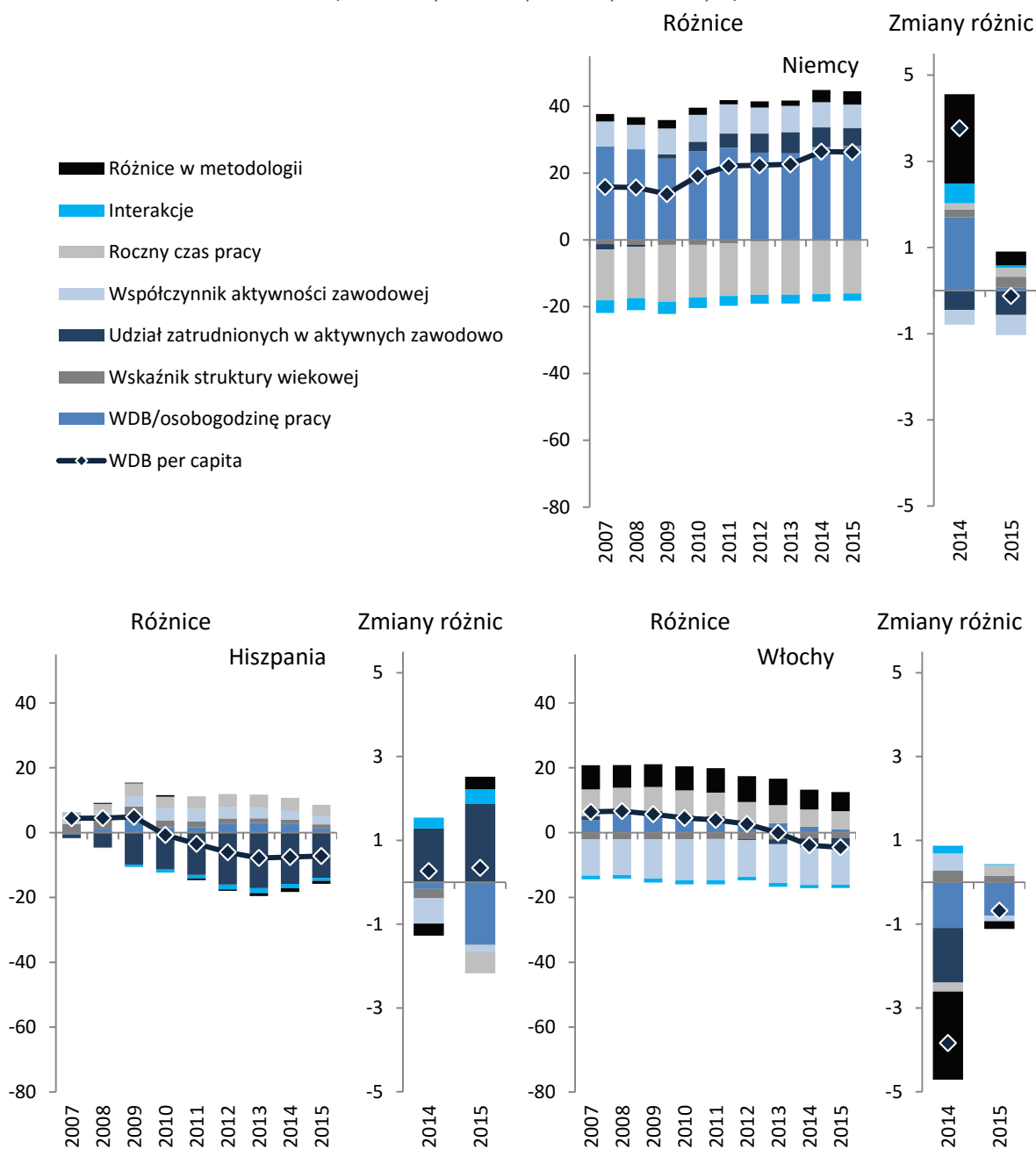
Jeżeli chodzi o zmniejszanie różnic w poziomie realnego WDB *per capita* Polski względem UE, można wskazać umiarkowaną poprawę tempa w 2015 r. w stosunku do 2014 i 2013 r. (poprawa o 1,0 p.p. w stosunku do 0,7 p.p. w 2014 r. i 0,5 p.p. w 2013 r.), jednak jest ono nadal dużo niższe niż w wyjątkowo korzystnym okresie 2008-2012: średnia poprawa z roku na rok wynosiła w tym okresie 3,4 p.p. Głównym czynnikiem zmniejszenia się różnic w 2014 r. była relatywna poprawa wskaźnika zatrudnienia w stosunku do średniej unijnej: zarówno różnice we współczynniku aktywności zawodowej, jak i w udziale pracujących wśród aktywnych zawodowo zmieniły się na korzyść Polski. W 2015 r. poprawa dotyczyła głównie udziału pracujących wśród aktywnych zawodowo. Dodatkowo nieznacznie zmniejszyły się różnice w średniej wydajności pracy (o 0,4 p.p.), jednak poprawa ta była nadal znacznie wolniejsza niż w latach 2008-2012, kiedy to wynosiła średnio z roku na rok ok. 2,7 p.p.

Tabl. 76. Dekompozycja różnic w poziomie realnego WDB *per capita* wybranych krajów UE w 2015 r.

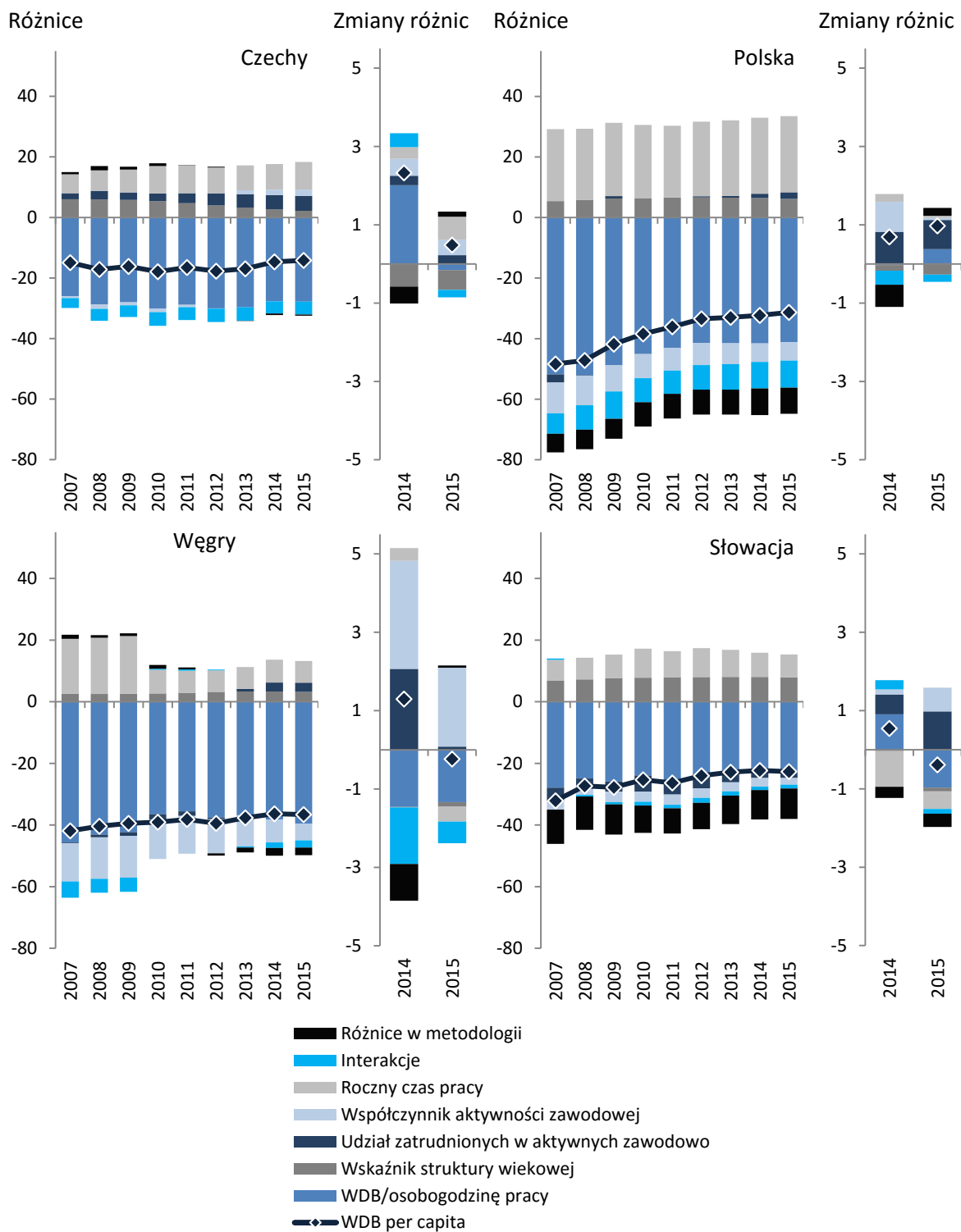
Wyszczególnienie	Niemcy	Hiszpania	Włochy	Polska	Czechy	Węgry	Słowacja
	w %						
WDB <i>per capita</i>	26,30	-7,20	-4,55	-31,33	-14,17	-36,59	-22,68
Wydajność pracy	27,68	1,31	1,01	-41,18	-27,84	-39,63	-22,53
Udział zatrudnionych w liczbie aktywnych zawodowo	5,35	-13,96	-2,81	2,16	4,89	3,00	-2,20
Współczynnik aktywności zawodowej	7,07	2,47	-11,68	-6,08	2,09	-5,33	-2,20
Wskaźnik struktury wieku	0,42	1,24	-1,60	6,15	2,21	3,21	7,95
Czas pracy	-16,04	3,56	5,62	25,18	9,12	7,00	7,41
Różnice w metodologii	4,00	-0,89	5,89	-8,61	-0,39	-2,47	-9,87
Interakcje	-2,17	-0,93	-0,97	-8,95	-4,25	-2,37	-1,25

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych Eurostatu.

Wykres 115. Dekompozycja różnic WDB *per capita* wg parytetu siły nabywczej dla wybranych krajów Unii Europejskiej w latach 2007-2015 (wartości wyrażone w procentach) oraz dekompozycja zmiany różnic w stosunku do roku poprzedniego dla 2014 i 2015 r. (wartości wyrażone w punktach procentowych)



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych Eurostatu.



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych Eurostatu.

PODDEKOMPOZYCJA RÓŻNIC W ŚREDNIEJ WYDAJNOŚCI PRACY W 2015 R. ORAZ ZMIAN TYCH RÓŻNIC W STOSUNKU DO 2014 R. DLA WYBRANYCH KRAJÓW UE

Metoda dekompozycji różnic ma tę zaletę, że możliwe jest dokonanie dodatkowej poddekompozycji niektórych jej składników, tj. różnic w średniej wydajności pracy, różnic w udziale pracujących wśród aktywnych zawodowo oraz różnic we współczynniku aktywności zawodowej. W niniejszej publikacji skoncentrujemy się na pierwszej z możliwych poddekompozycji z uwagi na to, że różnice w średniej wydajności pracy są zazwyczaj główną jej składową.

Różnice w średniej wydajności pracy mierzonej średnim poziomem WDB na osobogodzinę pracy osoby pracującej¹⁹⁵ rozbić można na poszczególne sekcje, grupy sekcji lub sektory gospodarcze i w ramach każdego/każdej z nich wyodrębnić dwie składowe:

- „specjalizacja sektorowa”, tj. ta składowa różnic, która wynika ze struktury gospodarki:
 - składnik ten jest dodatni, jeżeli w danym kraju udział pracujących w danej grupie sekcji jest wyższy niż średnio w Unii Europejskiej; jest ujemny, jeżeli udział ten jest niższy; wielkość tego składnika (ujemnego lub dodatniego) jest wprost proporcjonalna do różnicy w udziale pracujących w tej grupie sekcji w kraju i średnio w UE oraz do poziomu średniej wydajności pracy w tej grupie sekcji w Unii Europejskiej;
- „oczyszczona wydajność”, tj. ta składowa różnic, która wynika z poziomu jakości i organizacji pracy, poziomu wykorzystania infrastruktury i technologii:
 - składnik ten jest dodatni, jeżeli w danym kraju średnia wydajność pracy w danej grupie sekcji jest wyższa niż dla Unii Europejskiej; jest ujemny, jeżeli średnia wydajność jest niższa; wielkość tego składnika (ujemnego lub dodatniego) jest wprost proporcjonalna do udziału pracujących w danej grupie sekcji w ogóle pracujących w danym kraju.

Poddekompozycja różnic w poziomie średniej wydajności pracy może zostać zapisana w następujący sposób:

$$\Delta_{\text{PL vs UE}}^{\%} \frac{\text{WDB}}{\text{Pracujący} \times \text{Czas pracy}} = \sum_{\text{grupy sekcji}} \text{specjalizacja sektorowa} + \sum_{\text{grupy sekcji}} \text{różnice w oczyszczonej wydajności}$$

¹⁹⁵ Wydajność pracy mierzona jako poziom WDB na osobogodzinę pracy osoby pracującej różni się od tej mierzonej jako poziom WDB na 1 pracującego tym, że dodatkowo uwzględnia faktyczny czas pracy. W krajach Europy Środkowo-Wschodniej, takich jak Polska, Węgry, Czechy, czas pracy na 1 pracującego jest generalnie wyższy niż w krajach wysoko rozwiniętych, takich jak Niemcy. A zatem wydajność pracy, przy uwzględnieniu faktycznego czasu pracy, lepiej oddaje rzeczywisty poziom produktywności pracy.

Na potrzeby niniejszej analizy wybrano następujące grupy sekcji według PKD 2007:

Grupa sekcji	Opis
A	Rolnictwo, leśnictwo, łowiectwo i rybactwo
B, D, E	Przemysł bez przetwórstwa przemysłowego
C	Przetwórstwo przemysłowe
F	Budownictwo
G, H, I	Handel; naprawa pojazdów samochodowych; transport i gospodarka magazynowa; zakwaterowanie i gastronomia
J	Informacja i komunikacja
K	Działalność finansowa i ubezpieczeniowa
L	Obsługa rynku nieruchomości
M, N	Działalność profesjonalna, naukowa i techniczna; działalność w zakresie usług administrowania i działalność wspierająca
O, P, Q	Administracja publiczna i obrona narodowa, obowiązkowe zabezpieczenia społeczne; edukacja; opieka zdrowotna i pomoc społeczna
R, S, T, U	Działalność związana z kulturą, rozrywką i rekreacją; pozostała działalność usługowa; gospodarstwa domowe produkujące wyroby i świadczące usługi na własne potrzeby; organizacje i zespoły eksterytorialne

Przykładowo różnice, które przypadają na przetwórstwo przemysłowe (sekcja C) oraz na informację i komunikację (sekcja J) dzielą się na „specjalizację sektorową” oraz „różnice w oczyszczonej wydajności”:

- „Specjalizacja sektorowa” w przetwórstwie przemysłowym to wyrażony procentowo iloczyn wydajności w przetwórstwie przemysłowym w Unii Europejskiej oraz różnicy udziału pracujących w przetwórstwie przemysłowym w ogólnej liczbie pracujących w Polsce i w Unii Europejskiej:
 - A zatem dodatnia specjalizacja sektorowa w przetwórstwie przemysłowym oznacza, że udział pracujących w przetwórstwie przemysłowym w ogóle pracujących jest wyższy w Polsce niż w Unii Europejskiej, natomiast ujemna specjalizacja sektorowa w informacji i komunikacji oznacza, że ten udział w owej sekcji jest mniejszy;
 - Poziom specjalizacji sektorowej (dodatniej lub ujemnej) zależy od różnicy udziałów, o której mowa w punkcie powyżej oraz od wartości wydajności w przetwórstwie przemysłowym dla całej Polski;
- „Różnice w oczyszczonej wydajności” w przetwórstwie przemysłowym to iloczyn udziału pracujących w przetwórstwie przemysłowym w ogólnej liczbie pracujących dla Polski oraz różnicy wydajności w przetwórstwie przemysłowym dla Polski w stosunku do Unii Europejskiej:
 - A zatem ujemne różnice w oczyszczonej wydajności w przetwórstwie przemysłowym oznaczają, że WDB na jednego pracującego jest w tej sekcji niższa w Polsce niż w Unii Europejskiej.
 - Poziom różnic w oczyszczonej wydajności (dodatniej lub ujemnej) zależy od różnicy wydajności, o której mowa w punkcie powyżej oraz od udziału pracujących w przetwórstwie przemysłowym do ogółu pracujących w Polsce.

Tabl. 77. Poddekompozycja różnic w WDB na osobogodzinę pracy Polski względem Unii Europejskiej w 2015 r. oraz zmiany tych różnic w stosunku do 2014 r.

	Różnice w oczyszczonej wydajności		Specjalizacja sektorowa		SUMA	
	2015	Zmiana względem 2014	2015	Zmiana względem 2014	2015	Zmiana względem 2014
	w p. proc.					
Suma	-39,90	0,04	-1,27	0,36	-41,17	0,40
A	-1,48	-0,02	1,61	0,02	0,13	0,00
B,D,E	-3,63	0,46	3,97	-0,36	0,34	0,09
C	-9,26	0,41	5,29	0,13	-3,96	0,54
F	-1,25	0,22	0,62	-0,03	-0,63	0,18
G,H,I	-2,49	0,24	-1,57	-0,15	-4,07	0,09
J	-1,56	-0,22	-1,22	0,02	-2,78	-0,20
K	-2,51	-0,39	-0,49	0,20	-3,00	-0,18
L	-7,48	-0,66	-0,52	0,72	-8,00	0,06
M,N	-1,12	0,16	-5,30	-0,38	-6,43	-0,22
O,P,Q	-8,39	0,07	-2,09	0,01	-10,48	0,08
R,S,T,U	-0,72	-0,23	-1,57	0,18	-2,29	-0,05

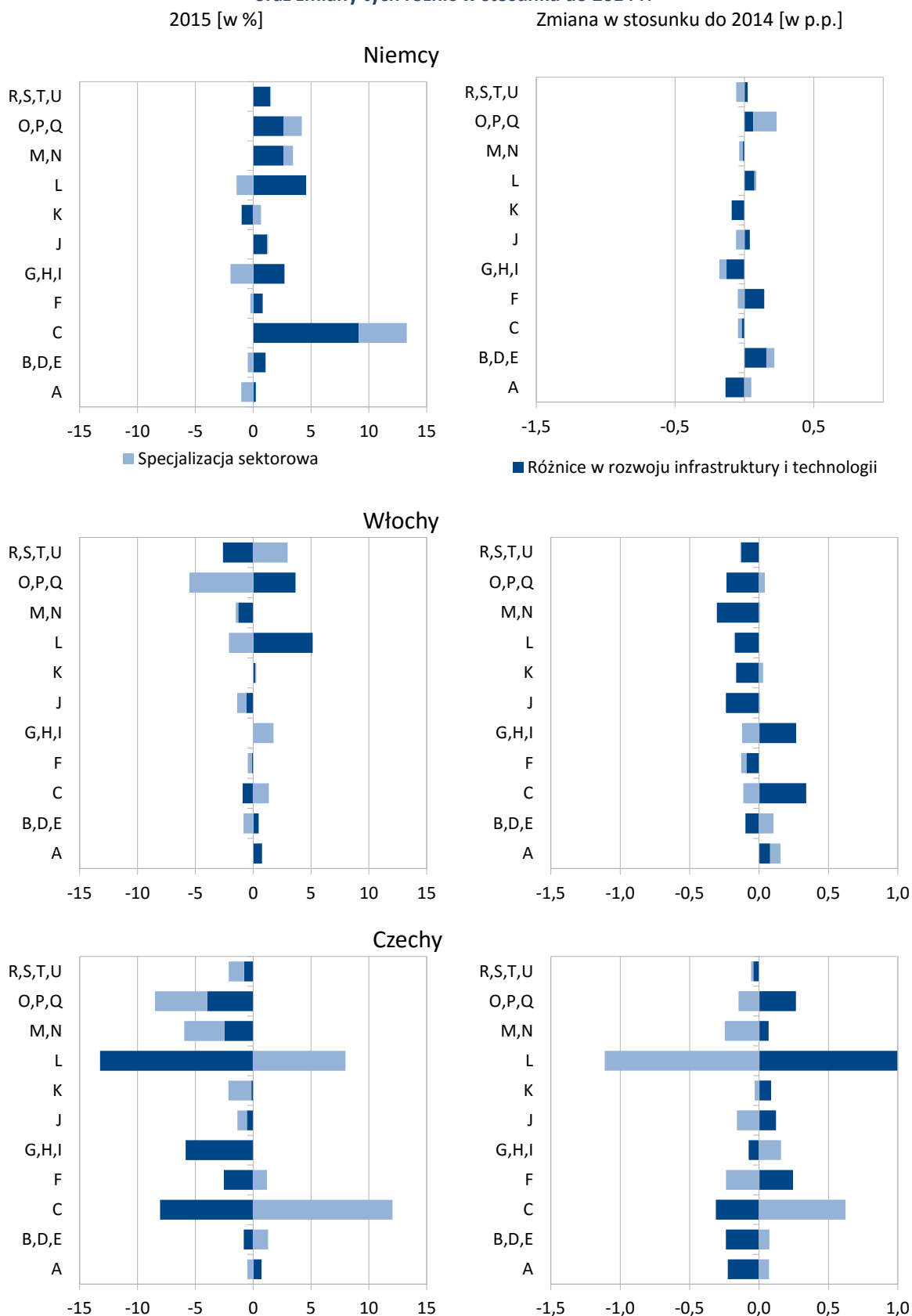
Źródło: obliczenia własne na podstawie danych Eurostatu.

Różnice w średniej wydajności pracy Polski względem Unii Europejskiej w 2015 r. wyniosły -41,18%. We wszystkich grupach sekcji Polska wykazuje niewykorzystane zasoby, jednak najwięcej w grupach sekcji O, P, Q: -8,39%, L: -7,48% oraz C: -9,26% (O, P, Q¹⁹⁶: Administracja publiczna i obrona narodowa, obowiązkowe zabezpieczenia społeczne; edukacja; opieka zdrowotna i pomoc społeczna; L: Obsługa rynku nieruchomości; C: Przetwórstwo przemysłowe). Polska wykazuje dodatnią specjalizację sektorową w sektorze rolnictwa (Sekcja A), przemysłu (Sekcja C oraz grupa sekcji B, D, E) oraz w sekcji F: budownictwo. W tych sekcjach w Polsce pracuje relatywnie więcej osób niż średnio w Unii Europejskiej. Główne zmiany, jakie nastąpiły w Polsce w 2015 r. w stosunku do 2014 r. to:

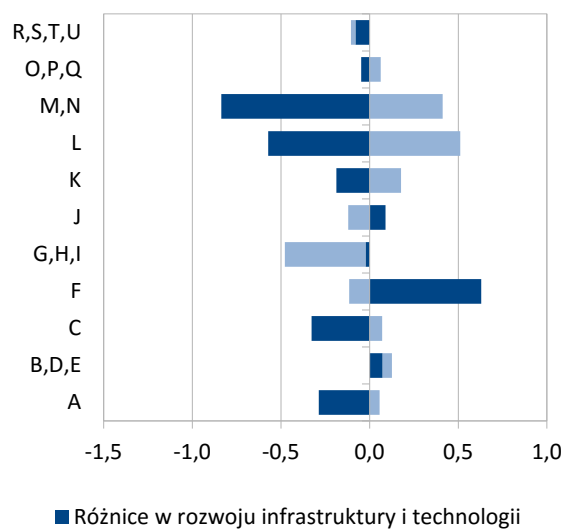
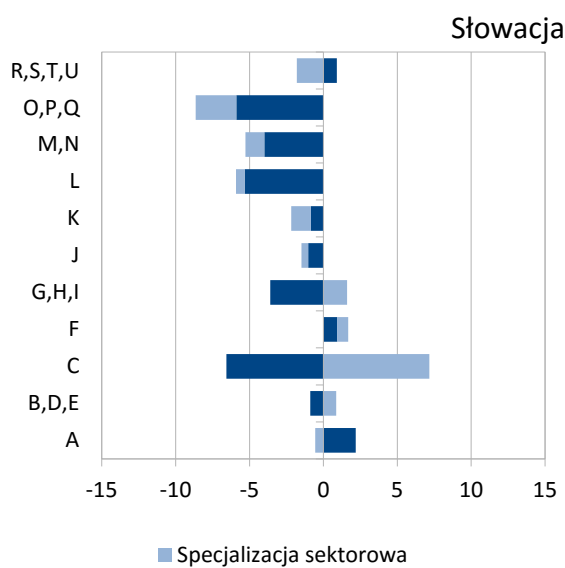
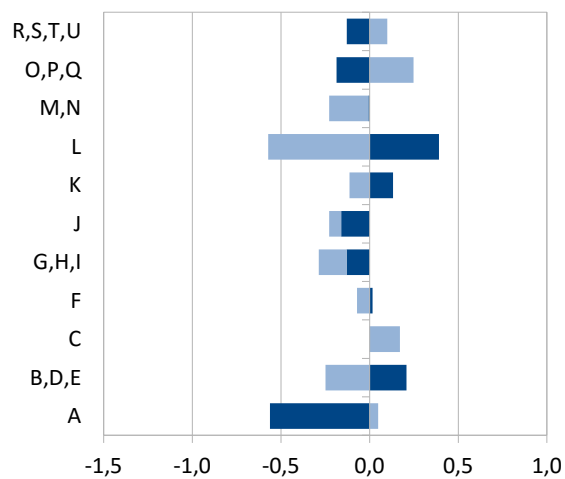
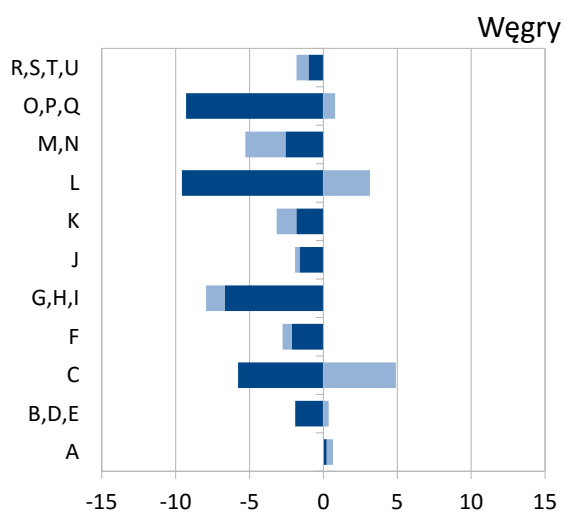
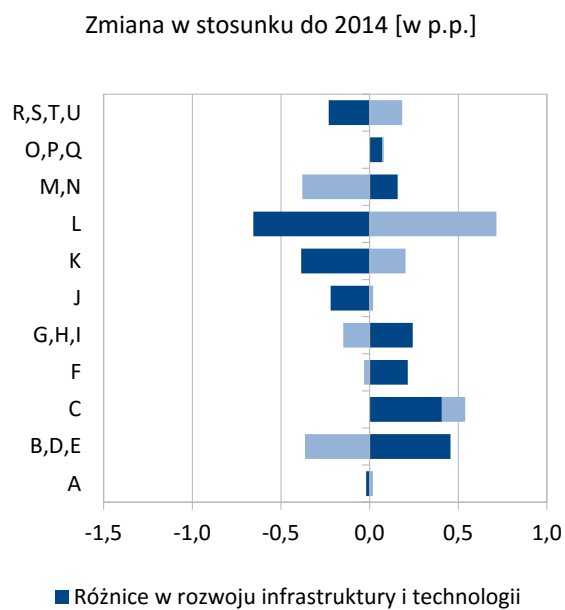
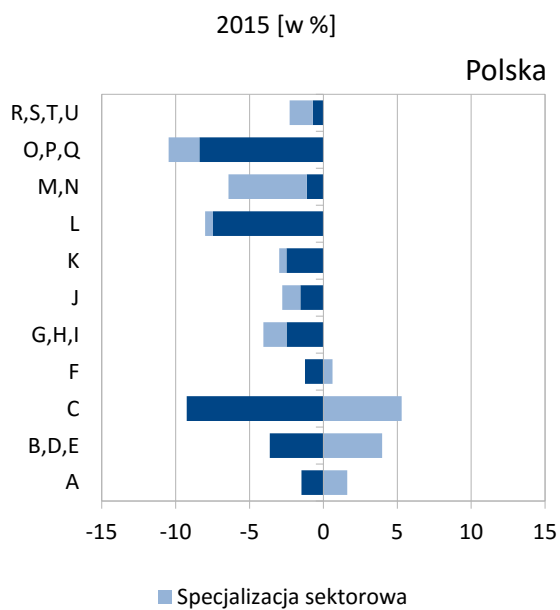
- zwiększenie relatywnego zatrudnienia (specjalizacji sektorowej) w sekcji L (Obsługa rynku nieruchomości); ten wzrost był jednak niskoproduktywny, ponieważ jednocześnie wzrosły niewykorzystane zasoby w tej sekcji;
- dość znaczne zmniejszenie różnic wynikających z niewykorzystanych zasobów w sektorze przemysłu: o prawie pół punktu procentowego w sekcji C Przetwórstwo przemysłowe oraz również w grupie sekcji B, D, E (Przemysł bez przetwórstwa przemysłowego). W sekcji C poprawa ta była szczególnie pozytywna, ponieważ jednocześnie wzrosło relatywne zatrudnienie w tej sekcji, w grupie B, D, E, natomiast zatrudnienie względne zmalało; poprawa w wykorzystaniu zasobów nastąpiła także w sekcji F (budownictwo) oraz grupie sekcji G, H, I (Handel; naprawa pojazdów samochodowych; transport i gospodarka magazynowa; zakwaterowanie i gastronomia);
- powiększenie niewykorzystanych zasobów miało natomiast miejsce w sekcjach K, J i R, S, T, U (Działalność finansowa i ubezpieczeniowa; Informacja i komunikacja; Działalność związana z kulturą, rozrywką i rekreacją; pozostała działalność usługowa; gospodarstwa domowe produkujące wyroby i świadczące usługi na własne potrzeby; organizacje i zespoły eksterytorialne).

¹⁹⁶ Interpretacja wartości dla sekcji obejmujących administrację i usługi publiczne (nierynkowe) powinna uwzględniać specyfikę rejestracji wartości w systemie rachunków narodowych dla tych sekcji.

Wykres 116. Poddekompozycja różnic w wydajności pracy dla wybranych krajów Unii Europejskiej w 2015 r. oraz zmiany tych różnic w stosunku do 2014 r.



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych Eurostatu.



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych Eurostatu.

DEKOMPOZYCJA ZRÓŻNICOWANIA PKB *PER CAPITA* PODREGIONÓW POLSKI W 2013 R. LICZONEGO WSPÓŁCZYNNIKIEM THEILA Z UDZIAŁAMI POPULACJI WEDŁUG PODGRUP (MAKROREGIONÓW) ORAZ WEDŁUG SKŁADOWYCH PKB *PER CAPITA*

Istnieje wiele miar zróżnicowania dochodów. Najbardziej popularną miarą jest indeks Giniego, który bazuje na krzywej Lorentza. Popularność indeksu bierze się z łatwości interpretacji. Podstawową wadą jest jednak brak możliwości dekompozycji, przez co wartość indeksu na jednym poziomie agregacji trudno zestawić i porównać z wartością indeksu na innym poziomie agregacji. Dekomponowalność jest za to główną zaletą innego indeksu zróżnicowania, tj. współczynnika Theila. W niniejszej części analizowane jest zróżnicowanie poziomu PKB *per capita* podregionów¹⁹⁷ Polski w 2013 r. liczonego za pomocą tego współczynnika. Dzięki możliwości dekompozycji, zróżnicowanie to jest rozбите na zróżnicowanie wewnątrz makroregionów i pomiędzy makroregionami oraz w innym wymiarze, zróżnicowanie PKB *per capita* rozбите jest na zróżnicowanie składowych PKB *per capita*. Wprowadzenie metodologiczne do pomiaru zróżnicowania za pomocą współczynnika Theila oraz do dokonania wymienionych dekompozycji znajduje się w części 3. *Aneksie metodologicznym* na końcu niniejszego rozdziału.

Analizie poddano PKB *per capita* w cenach bieżących w milionach złotych w 2013 r. w 72 podregionach Polski (jednostki NTS 3). Jako pośrednie stadium agregacji wybrano makroregion; uwzględniono 5 makroregionów zdefiniowanych przez Ministerstwo Rozwoju na użytek między innymi strategii ponadregionalnych¹⁹⁸: Polska Wschodnia (województwa podkarpackie, świętokrzyskie, lubelskie, podlaskie i warmińsko-mazurskie), Polska Południowa (województwa małopolskie i śląskie), Polska Centralna (województwa łódzkie i mazowieckie), Polska Zachodnia (województwa opolskie, dolnośląskie, lubuskie, wielkopolskie i zachodnio-pomorskie) i Polska Północna (województwa kujawsko-pomorskie i pomorskie). Dodatkowo uwzględniono trzy składniki PKB *per capita*, tj. średnią wydajność pracy (PKB w cenach bieżących w milionach złotych na 1 pracującego), wskaźnik zatrudnienia (udział pracujących w ludności w wieku 15 lat i więcej) oraz wskaźnik struktury wieku (udział populacji w wieku 15 lat i więcej w całości populacji).

Poniżej zobrazowano dekompozycję zróżnicowania w sposób następujący:

Po pierwsze, przedstawiono wartości PKB *per capita* oraz jego składowych dla poszczególnych regionów w obrębie pięciu makroregionów Polski w 2013 r. w odniesieniu do średniej danego wskaźnika dla Polski. Skala każdego wykresu jest dobrana tak, że na osi poziomej odłożone są poszczególne obserwacje-podregiony, a na osi pionowej wartości wskaźników: dla PKB *per capita* oraz PKB na 1 pracującego skala jest wspólna w celu zachowania porównywalności i wynosi: 0-210 tysięcy złotych; dla wskaźnika zatrudnienia oraz wskaźnika struktury wieku skala również jest wspólna i wynosi: 0-1. Im większy rozrzut danego wskaźnika wokół wartości średniej, tym większe jest zróżnicowanie.

¹⁹⁷ Definicję podregionu przyjęto jako jednostkę terytorialną NTS3. Z kolei definicja makroregionu jest zgodna z definicją Ministerstwa Rozwoju dla potrzeb budowania i monitorowania strategii ponadregionalnych. Dlatego istnieją rozbieżności pomiędzy przyjętą definicją makroregionu a jednostką terytorialną NTS1.

¹⁹⁸ Podział Ministerstwa różni się nieznacznie od podziału NTS. Na przykład jednostka NTS1 Polska Wschodnia składa się z województwa podkarpackiego, lubelskiego, świętokrzyskiego i podlaskiego, natomiast makroregion Polska Wschodnia wg podziału Ministerstwa, oprócz czterech wymienionych województw zawiera dodatkowo województwo warmińsko-mazurskie.

Po drugie, umieszczono tablicę oraz wykresy dekompozycji zróżnicowania w podziale na zróżnicowanie podregionów względem makroregionów i makroregionów względem Polski oraz zróżnicowanie PKB *per capita* w podziale na poszczególne składowe PKB *per capita*.

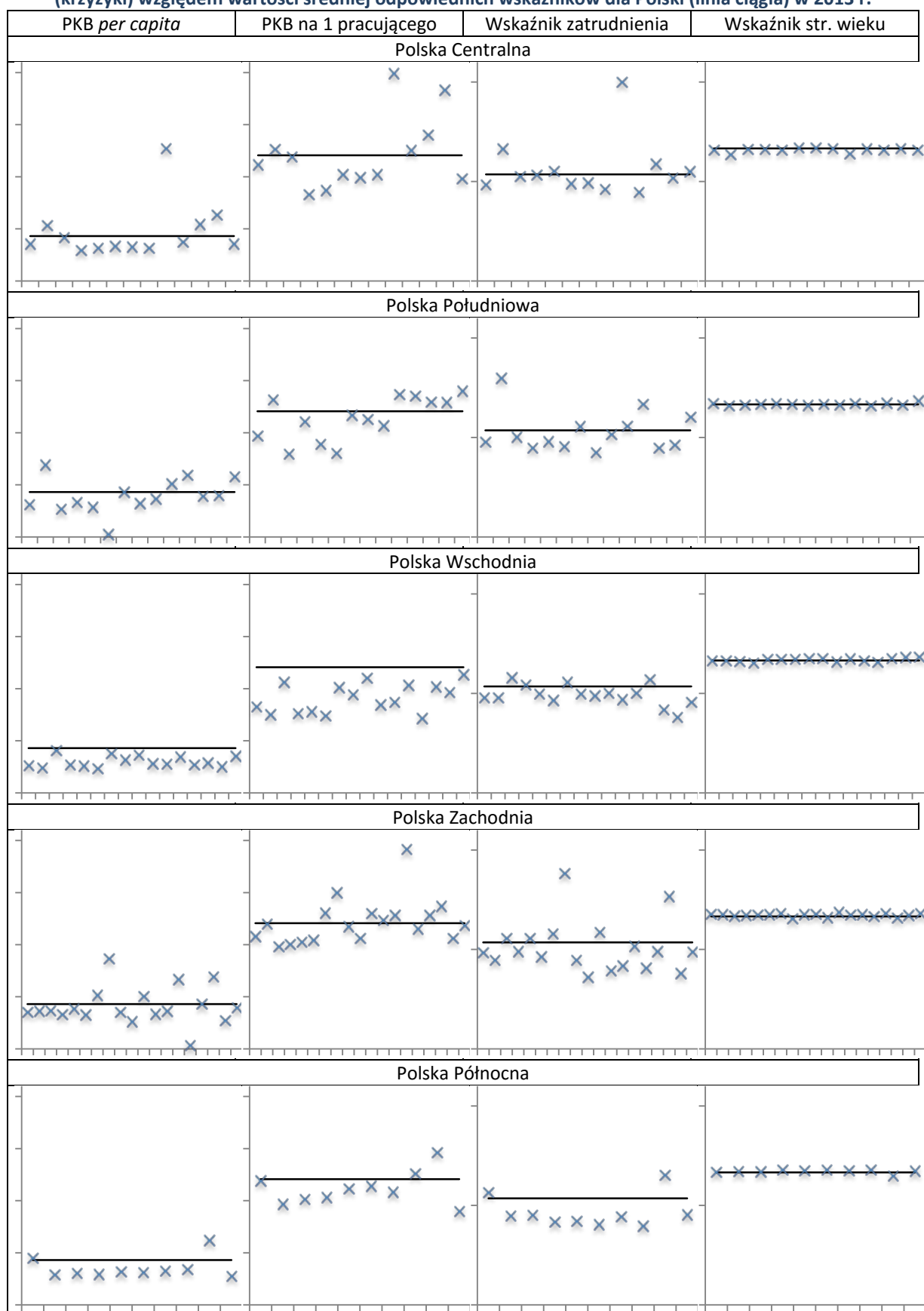
Po trzecie, umieszczono wykres dekompozycji zmian zróżnicowania PKB *per capita* w 2013 r. w stosunku do 2003 r. Ten wykres umożliwia lepsze zobrazowanie tendencji w czasie zróżnicowania i wskazanie składowych, które determinują tendencję ogólną.

Ogólnie wartości zróżnicowania PKB *per capita* na poziomie jednostkowym (podregion względem makroregionu lub makroregion względem Polski) są bliskie zero, jeżeli udział PKB danej jednostki (podregionu, makroregionu) w PKB dla Polski jest zbliżony do udziału populacji tej jednostki w populacji Polski. Podobnie jest w przypadku zróżnicowania innych wskaźników; na przykład wartość zróżnicowania wskaźnika struktury wieku na poziomie jednostkowym będzie bliska zero, jeżeli udział populacji 15+ danego podregionu lub makroregionu względem Polski będzie zbliżony do udziału populacji tej jednostki w całości populacji Polski. Dodatnia wartość zróżnicowania oznacza większy udział zmiennej występującej w mianowniku danego wskaźnika w danym podregionie/makroregionie względem wartości dla makroregionu/kraju (np. udział populacji) niż podobny udział zmiennej występującej w liczniku danego wskaźnika (np. udział PKB). W przypadku PKB *per capita* oznacza to, że dany podregion/makroregion ma mniejszy udział w PKB makroregionu/kraju niż ten wynikający z populacji. Zatem są to jednostki biedniejsze. Z kolei ujemne wartości zróżnicowania oznaczają sytuację odwrotną – w przypadku PKB *per capita* dany podregion/makroregion jest relatywnie bogatszy. W przypadku agregowania zróżnicowania na poziomie jednostkowym suma jest ogólnie dodatnia, ponieważ współczynnik Theila „wzmacnia” zróżnicowanie dla jednostek biedniejszych w stosunku do jednostek bogatszych.¹⁹⁹

Interpretacja poszczególnych wartości zróżnicowania w 2013 r. jest następująca. Wartość ogólna zróżnicowania PKB *per capita* podregionów (0,087) dekomponowana jest na zróżnicowanie podregionów względem makroregionów (0,063) oraz zróżnicowanie makroregionów względem Polski (0,024). Należy jednak zwrócić uwagę na to, że podczas gdy poszczególne wartości zróżnicowania „wewnątrz” dla makroregionów są dodatnie, to wartości zróżnicowania „pomiędzy” dla makroregionów częściowo się niwelują – wartość -0,067 dla Polski Centralnej i wartość +0,071 dla Polski Wschodniej. Te ostatnie dane wskazują na ważny fakt: zróżnicowanie PKB *per capita* na poziomie makroregionów determinowane jest w dużej mierze przez interakcje pomiędzy najbogatszą Polską Centralną (w szczególności z uwagi na lokalizację Warszawy i Łodzi) a najbiedniejszą Polską Wschodnią. Największe zróżnicowanie wewnątrz makroregionu wykazała Polska Centralna, a w drugiej kolejności Polska Zachodnia. Zróżnicowanie wewnątrz Polski Wschodniej było z kolei najmniejsze. Jako makroregion Polska Południowa była najbardziej zbliżona do udziału równomiernego, tj. takiego w którym udział PKB makroregionu w PKB Polski jest najbardziej zbliżony do udziału populacji makroregionu do populacji Polski. Dwie składowe dekompozycji PKB *per capita* determinowały zróżnicowanie w sposób największy: była to wydajność pracy oraz wskaźnik zatrudnienia. Wskaźnik struktury wieku miał znikomy wpływ na zróżnicowanie PKB *per capita*. Zróżnicowanie wydajności pracy miało kluczowe znaczenie w przypadku makroregionu Polski Wschodniej względem Polski oraz w przypadku podregionów Polski Centralnej względem makroregionu Polski Centralnej. Zróżnicowanie wskaźnika zatrudnienia miało szczególnie duży wpływ w przypadku makroregionu Polski Centralnej względem Polski.

¹⁹⁹ Współczynnik Theila bazuje na ujemnym logarytmie, który szybciej rośnie dla argumentów większych niż 1 niż spada dla argumentów mniejszych niż 1.

Wykres 117. Wartości PKB *per capita* i jego składowych dla podregionów w ramach makroregionów Polski (krzyżki) względem wartości średniej odpowiednich wskaźników dla Polski (linia ciągła) w 2013 r.



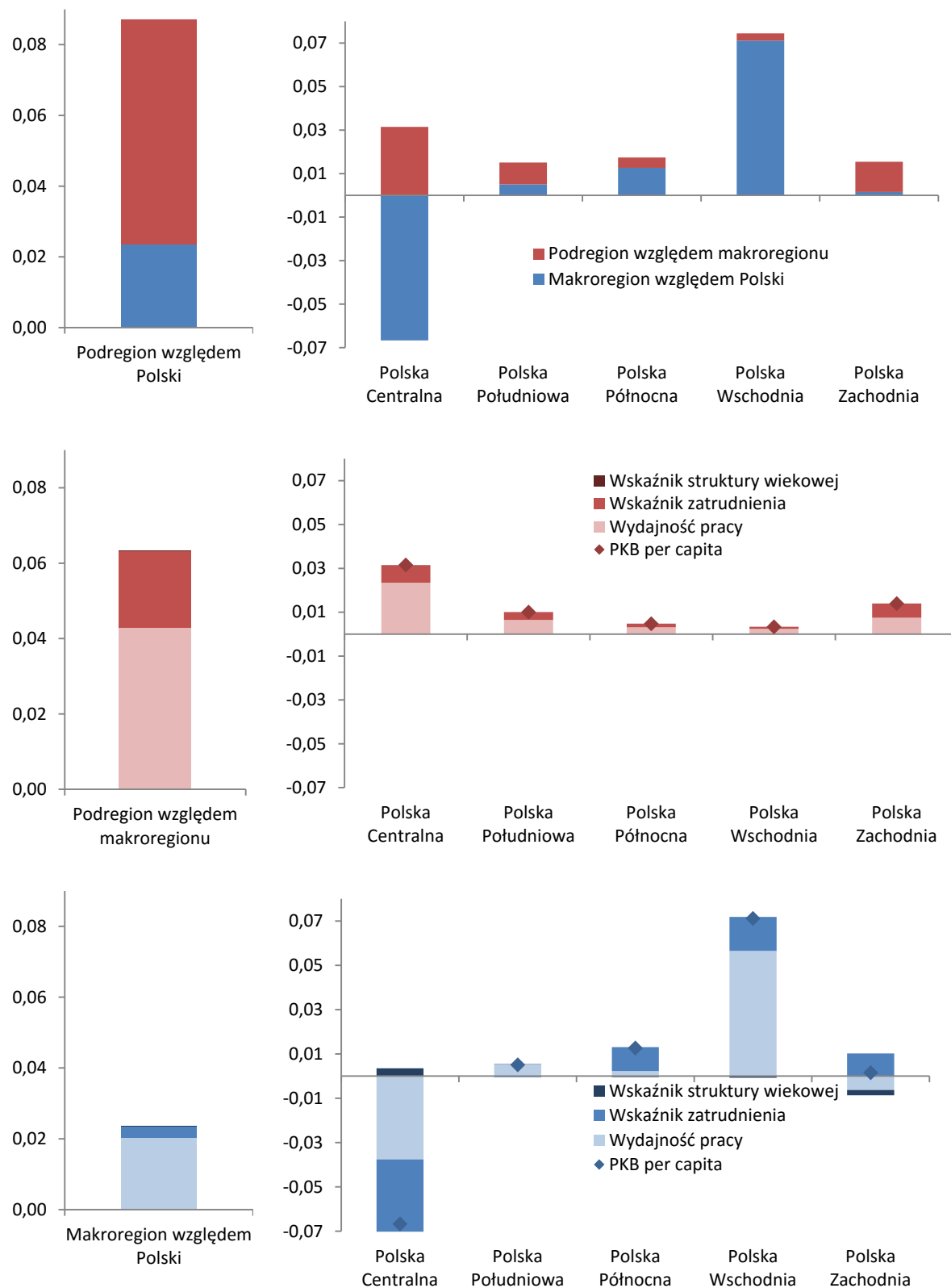
Źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS (Bank Danych Lokalnych).

Tabl. 78. Dekompozycja zróżnicowania PKB *per capita* polskich podregionów (NTS3) w stosunku do średniej dla Polski wg współczynnika Theila z udziałami populacji w podziale na zróżnicowanie wewnątrz (podregion do makroregionu) oraz zróżnicowanie pomiędzy (makroregion w stosunku do całej Polski)

		PKB per capita	Wydajność pracy	Wskaźnik zatrudnienia	Wskaźnik struktury wieku
Makroregiony względem Polski	Polska Centralna	-0,067	-0,038	-0,033	0,004
	Polska Południowa	0,005	0,005	0,000	0,000
	Polska Północna	0,013	0,002	0,011	0,000
	Polska Wschodnia	0,071	0,056	0,015	-0,001
	Polska Zachodnia	0,002	-0,006	0,010	-0,002
	SUMA Makroregiony względem Polski	0,024	0,020	0,003	0,000
Podregiony względem makroregionów	Polska Centralna	0,031	0,023	0,008	0,000
	Polska Południowa	0,010	0,006	0,004	0,000
	Polska Północna	0,005	0,003	0,002	0,000
	Polska Wschodnia	0,003	0,002	0,001	0,000
	Polska Zachodnia	0,014	0,007	0,006	0,000
	SUMA Podregiony względem makroregionu	0,063	0,043	0,020	0,000
SUMA Podregiony względem Polski		0,087	0,063	0,024	0,000

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS (Bank Danych Lokalnych).

Wykres 118. Dekompozycja zróżnicowania PKB *per capita* podregionów Polski wg współczynnika Theila oraz poddekompozycje na zróżnicowanie wewnątrz (podregion względem makroregionu) i zróżnicowanie pomiędzy (makroregion względem Polski) oraz na zróżnicowanie składowych PKB *per capita* w 2013 r.

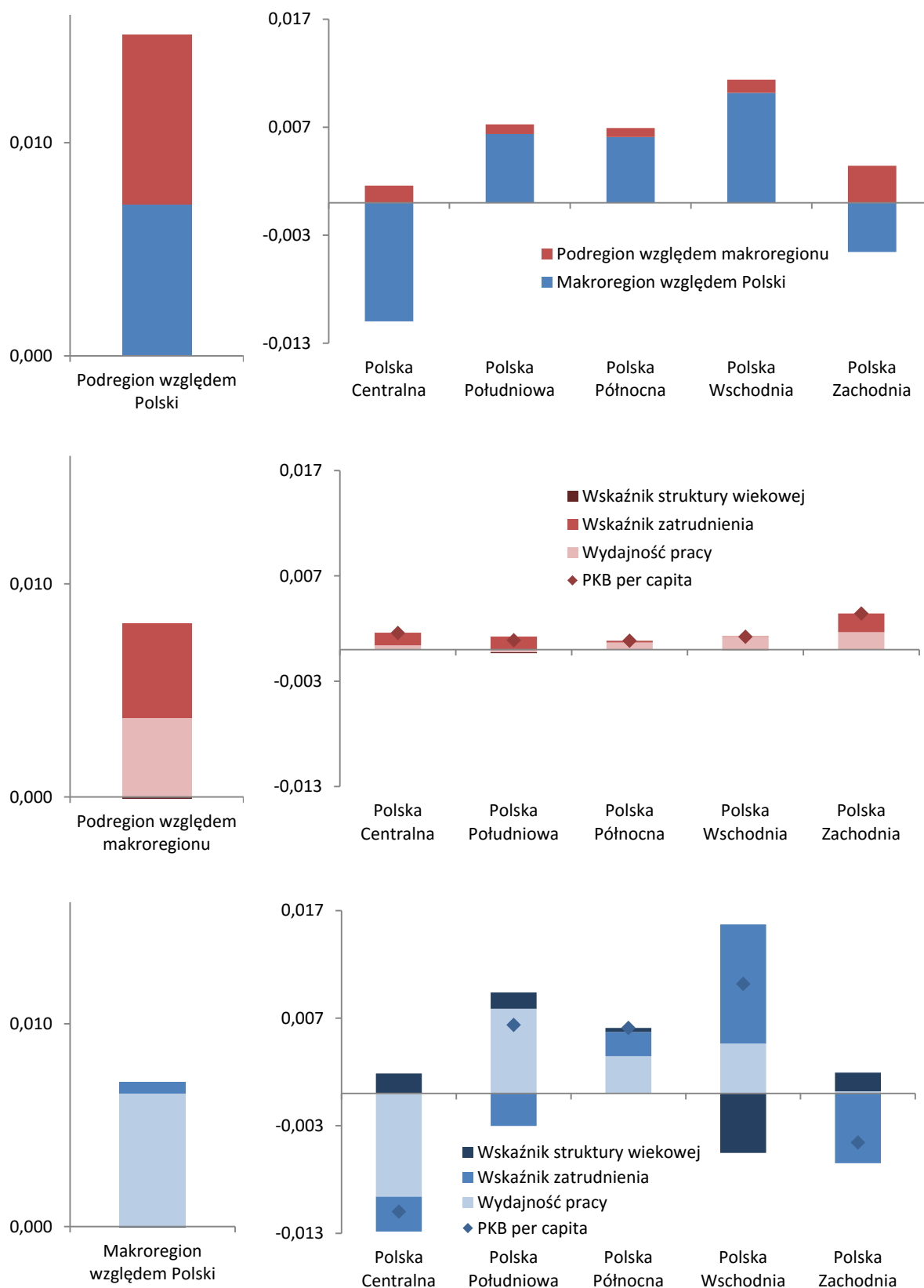


Źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS (Bank Danych Lokalnych).

Zróźnicowanie PKB *per capita* znacząco wzrosło w 2013 r. w stosunku do 2003 r. W równym stopniu odpowiadał za to wzrost zróźnicowania wewnątrz makroregionów, jak i pomiędzy makroregionami. Jednak rozpatrując poszczególne makroregiony z osobna widać, że jest to efekt częściowo niwelującego się wpływu względnego bogacenia się makroregionu Polski Centralnej i Zachodniej oraz względnego ubożenia pozostałych makroregionów. Po uwzględnieniu tego efektu, zróźnicowanie poszczególnych makroregionów względem Polski zmieniło się mocniej niż zróźnicowanie podregionów w ramach tych makroregionów. Jeżeli chodzi o główne składowe PKB *per capita*, to zmiana zróźnicowania wskaźnika zatrudnienia bardzo mocno wpłynęła *in plus* na Polskę Zachodnią oraz *in minus* na Polskę Wschodnią. Z kolei zmiana zróźnicowania wydajności pracy szczególnie mocno wpłynęła *in plus* na Polskę Centralną oraz *in minus* na Polskę Południową i Północną. Z kolei zmiana zróźnicowania wskaźnika struktury wieku dość znacząco wpłynęła *in plus* na Polskę Wschodnią oraz nieco mniej *in minus* na Polskę Zachodnią, Południową i Centralną.

Niewątpliwą zaletą prezentowanego podejścia jest wychwycenie efektów, które na poziomie zagregowanym nie zachodzą albo zachodzą w sposób znikomy, natomiast po rozbiciu na podgrupy (makroregiony) lub składowe PKB *per capita* staje się jasne, że wpływ poszczególnych składników jest istotny, a przy agregacji częściowo się niweluje.

Wykres 119. Zmiana zróżnicowania PKB *per capita* podregionów Polski wg współczynnika Theila dla 2013 r. w stosunku do 2003 r.



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS (Bank Danych Lokalnych).

3. ANEKS METODOLOGICZNY

Poniżej przedstawiono podstawową metodę stosowaną w dekompozycji wzrostu i dekompozycji różnic jest następująca. Dany jest dodatni wskaźnik X (w tym wypadku PKB *per capita*, lub WDB *per capita*), który można zapisać jako iloczyn N dodatnich składowych:

$$X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_N$$

gdzie poszczególne składowe mają sens ekonomiczny.

Po zlogarytmowaniu i zróżnicowaniu powyższej tożsamości, otrzymujemy następującą postać:

$$\frac{\Delta X}{X} \cong \frac{\Delta X_1}{X_1} + \frac{\Delta X_2}{X_2} + \dots + \frac{\Delta X_N}{X_N}$$

Powyższa zależność zachodzi lokalnie, czyli dla relatywnie małych wartości różnic poszczególnych składowych, przy czym różnice te oznaczać mogą dynamikę danego wskaźnika w czasie (tak jak w przypadku dekompozycji wzrostu PKB *per capita* Polski), jak również różnice w poziomie wskaźnika dla kraju w stosunku do grupy krajów (tak jak w przypadku dekompozycji różnic w poziomie WDB *per capita* dla Polski w stosunku do Unii Europejskiej).

DEKOMPOZYCJA WZROSTU PKB PER CAPITA

Dekompozycja wzrostu PKB *per capita* może być zapisana według ogólnej metody opisanej powyżej w następujący sposób:

$$\frac{\text{PKB}}{N} \equiv \underbrace{\frac{\text{PKB}}{P \cdot H}}_{\text{wydajność (1)}} \times \underbrace{\frac{P}{N^{15-64}} \times H \times \frac{N^{15-64}}{N}}_{\text{intensywność}}$$

- PKB: PKB wg parytetu siły nabywczej;
- WDB: WDB wg parytetu siły nabywczej;
- N: łączna populacja kraju;
- P: Liczba osób pracujących;
- H: Średnioroczny faktyczny czas pracy osoby pracującej;
- N^{15-64} : Liczba ludności w wieku 15-64 lat;
- A: Liczba aktywnych zawodowo;

Względne różnice w czasie dla wskaźnika Y oznaczono poprzez:

$$\Delta_t Y = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}}$$

gdzie Y_t to wartość zmiennej Y w roku t . A zatem:

$$\Delta_t \frac{\text{PKB}}{N} \cong \Delta_t \frac{\text{PKB}}{P \cdot H} + \Delta_t \frac{P}{N^{15-64}} + \Delta_t H + \Delta_t \frac{N^{15-64}}{N}$$

Gdzie:

- $\frac{\text{PKB}}{P \cdot H}$ oznacza **wydajność pracy** liczoną jako wartość PKB na jedną osobogodzinę pracy osoby pracującej w ciągu roku;
- $\frac{P}{N^{15-64}}$ oznacza **wskaźnik zatrudnienia**, czyli liczbę osób pracujących w stosunku do ludności w wieku 15-64 lat;
- $\frac{N^{15-64}}{N}$ oznacza **wskaźnik struktury wieku**, czyli liczbę osób w wieku 15-64 lat do całości populacji.

DEKOMPOZYCJA RÓŻNIC W POZIOMIE WDB *PER CAPITA* W STOSUNKU DO ŚREDNIEJ

Dekompozycja różnic w poziomie Wartości Dodanej Brutto *per capita* w stosunku do średniej może być zapisana następująco²⁰⁰:

$$\frac{WDB_i}{N_i} = \frac{WDB_i}{P_i \times H} \cdot H \cdot \frac{P_i}{A_i} \cdot \frac{A_i}{N_i^{15-64}} \cdot \frac{N_i^{15-64}}{N_i}$$

Wprowadźmy następujące oznaczenie:

$$\Delta_{UE} Y_i = \frac{Y_i - Y}{Y}$$

gdzie Y_i oznacza wartość zmiennej dla kraju i , a Y wartość zmiennej dla Unii Europejskiej. A zatem:

$$\underbrace{\Delta_{UE} \frac{WDB_i}{N_i}}_{\text{WDB per capita}} = \underbrace{\Delta_{UE} \frac{WDB_i}{P_i \times H_i}}_{\text{Wydatność (2)}} + \underbrace{\frac{\Delta_{UE} H_i}{\text{Czas pracy}}}_{\text{Czas pracy}} \underbrace{\frac{\Delta_{UE} P_i}{A_i}}_{\text{Udział prac. w akt. zaw.}} + \underbrace{\Delta_{UE} \frac{A_i}{N_i^{15-64}}}_{\text{Wsp. akt. zaw.}} + \underbrace{\Delta_{UE} \frac{N_i^{15-64}}{N_i}}_{\text{Wsk.str.wiek.}}$$

Wskaźnik zatrudnienia

+ Interakcje

Metody dekompozycji łączą dane pochodzące z różnych metodologii statystycznych. Można jednak zneutralizować wpływ tych metodologii na jakość dekompozycji poprzez dodanie dodatkowych składowych. Zilustrujemy tę metodę na przykładzie dekompozycji różnic w poziomie WDB *per capita*. Dla zmiennych wprowadzimy dodatkowe oznaczenia:

- WDB(NA): WDB wg parytetu siły nabywczej wg badania rachunków narodowych;
- N^{15-64} (demo): Populacja w wieku 15-64 wg statystyki demograficznej;
- N^{15-64} (LFS): Populacja w wieku 15-64 wg badania aktywności ekonomicznej ludności;
- N(demo): Liczba ludności ogółem wg statystyki demograficznej;
- P(NA): Pracujący ogółem jako wskaźnik zgodny z rachunkami narodowymi;
- P(LFS): Pracujący ogółem wg badania aktywności ekonomicznej ludności;
- A(LFS): Aktywni zawodowo wg badania aktywności ekonomicznej ludności;

Dekompozycję możemy wówczas zapisać w sposób następujący²⁰¹:

$$\underbrace{\Delta_{UE} \frac{WDB_i(NA)}{N_i(demo)}}_{\text{WDB per capita}} = \underbrace{\Delta_{UE} \frac{WDB_i(NA)}{P_i(NA) \times H_i}}_{\text{Wydatność (2)}} + \underbrace{\frac{\Delta_{UE} H_i}{\text{Czas pracy}}}_{\text{Czas pracy}} + \underbrace{\frac{\Delta_{UE} P_i(LFS)}{A_i(LFS)}}_{\text{Udział prac. w akt. zaw.}} + \underbrace{\Delta_{UE} \frac{A_i(LFS)}{N_i^{15-64}(LFS)}}_{\text{Wsp. akt. zaw.}}$$

Wskaźnik zatrudnienia

$$+ \underbrace{\Delta_{UE} \frac{N_i^{15-64}(demo)}{N_i(demo)}}_{\text{Wsk.str.wiek.}} + \text{Interakcje} + \underbrace{\frac{\Delta_{UE} P_i(NA)}{P_i(LFS)}}_{\text{przejście metodologii 1}} + \underbrace{\Delta_{UE} \frac{N_i^{15-64}(LFS)}{N_i^{15-64}(demo)}}_{\text{przejście metodologii 2}}$$

Różnice w metodologiach

Powyższa dekompozycja zawiera dwa wskaźniki przejścia metodologii: jeden z metodologii zgodnej z rachunkami narodowymi na metodologię badania aktywności zawodowej, a drugi z metodologii badania aktywności zawodowej na metodologię badania demograficznego. W dekompozycji

²⁰⁰ Zmienna bez subskrypty i oznacza daną wielkość dla Unii Europejskiej, natomiast zmienna z subskrypsem i oznacza wielkość dla kraju, np. dla Polski.

²⁰¹ Skrót LFS oznacza *Labour Force Survey*. Polskim odpowiednikiem jest Badanie Aktywności Ekonomicznej Ludności (BAEL). Skrót NA oznacza *National Accounts*. Polskim odpowiednikiem są Rachunki Narodowe.

zaprezentowanej dla wybranych krajów Unii Europejskiej zdecydowano się na scalenie tych dwóch wskaźników w jeden komponent pod nazwą „Różnice w metodologiach”, chociaż trzeba zaznaczyć, że znając dokładne różnice w zmiennych pochodzących z różnych badań, można te wskaźniki różnie interpretować.

OPIS BŁĘDU PRZYBLIŻENIA

Składnik dekompozycji nazwany „Interakcje” to część, która reprezentuje błąd przybliżenia dekompozycji. Błąd ten występuje zarówno w dekompozycji wzrostu, jak i w dekompozycji różnic. Jednak w dekompozycji wzrostu można go zazwyczaj pominąć. Powód jest taki, że błąd ten może być tym większy im większe są wartości zmian bądź różnic procentowych poszczególnych wskaźników dekompozycji. W przypadku dekompozycji różnic, różnice w poziomie wskaźników dla danego kraju względem średniej mogą przyjmować wysokie wartości, w szczególności dla krajów bardzo odbiegających od średniej (bardzo bogatych bądź bardzo biednych). W przypadku dekompozycji wzrostu, zmiany roczne w poziomie wskaźników zazwyczaj nie przekraczają 10%. Wówczas błąd dekompozycji jest mały i można go pominąć. Warto wspomnieć, że pomimo, iż nie ma o tym mowy w niniejszym rozdziale, istnieje autorski sposób redukcji błędu poprzez włączenie części elementów interakcyjnych do dekompozycji. W wyniku dokładnej dekompozycji można wprowadzić zmienne drugiego i wyższego rzędu w zależności od potrzeb (tylko te, które są odpowiednio duże co do wartości). Poniższa formuła precyzuje sens tej uwagi, prezentuje bowiem dekompozycję pełną – interakcje oznaczają wpływ czynników wynikających z rozwinięcia do wyższych rzędów.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta X}{X} &= \overbrace{\left(\frac{\Delta X_1}{X_1} + \frac{\Delta X_2}{X_2} + \dots + \frac{\Delta X_N}{X_N} \right)}^{\text{część ujęta w dekompozycji}} + \\ &+ \frac{\Delta X_1}{X_1} \frac{\Delta X_2}{X_2} + \frac{\Delta X_1}{X_1} \frac{\Delta X_3}{X_3} + \dots + \frac{\Delta X_{N-1}}{X_{N-1}} \frac{\Delta X_N}{X_N} + \\ &+ \dots + \\ &+ \frac{\Delta X_1}{X_1} \frac{\Delta X_2}{X_2} \dots \frac{\Delta X_N}{X_N} \end{aligned}$$

Poszczególne elementy interakcji, a w szczególności te składowe, które są iloczynem tylko dwóch wskaźników, można interpretować. Na przykład $\frac{\Delta X_1}{X_1} \frac{\Delta X_2}{X_2}$ oznacza łączny wpływ zmiennej X_1 i X_2 nie dający się przyporządkować osobno żadnej ze zmiennych.

PODDEKOMPOZYCJA RÓŻNIC W WYDAJNOŚCI PRACY

Różnice w średniej wydajności pracy mogą być dodatkowo zdekomponowane na sektory, a w ramach sektorów na „specjalizację sektorową” oraz „różnice w oczyszczonej wydajności”. Służy do tego poddekompozycja, której formalny zapis jest następujący:

$$\underbrace{\Delta_{UE} \frac{WDB_i}{P_i \times H_i}}_{\text{różnice w produktywności ogółem}} = \underbrace{\frac{\sum_j \frac{WDB_j}{P_j \times H_j} \left(\frac{P_{ij}}{P_i} - \frac{P_j}{P} \right)}{\frac{WDB}{P \times H}}}_{\text{specjalizacja sektorowa}} + \underbrace{\frac{\sum_j \frac{P_{ij}}{P_i} \left(\frac{WDB_{ij}}{P_{ij} \times H_{ij}} - \frac{WDB_j}{P_j \times H_j} \right)}{\frac{WDB}{P \times H}}}_{\text{różnice w oczyszczonej wydajności}}$$

gdzie WDB oznacza Wartość Dodaną Brutto według parytetu siły nabywczej w Unii Europejskiej, P oznacza liczbę pracujących w Unii Europejskiej, natomiast zmienne z subskrypcją i oznaczają wielkości dla kraju i , który jest analizowany, z kolei subskrypcja j oznacza sektor bądź grupę sekcji gospodarki (bez subskrypcji j cała gospodarka).

DEKOMPOZYCJA ZRÓŻNICOWANIA PKB PER CAPITA LICZONEGO ZA POMOCĄ WSPÓŁCZYNNIKA THEILA WEDŁUG PODGRUP I WEDŁUG SKŁADOWYCH PKB PER CAPITA – PODSTAWY METODOLOGICZNE

Współczynnik Theila należy do miar opartych na entropii i służy do mierzenia nierówności (zróżnicowania) poziomu dochodu, bądź innych mierzalnych zmiennych przekrojowych. Załóżmy, że interesuje nas pomiar zróżnicowania poziomu PKB *per capita* w 72 podregionach (jednostka terytorialna NTS3) Polski. Zdefiniujmy następujące wielkości: N_i populacja w podregionie i , N populacja Polski, PKB_i poziom PKB w podregionie i , PKB poziom PKB w Polsce. A zatem $\frac{PKB_i}{PKB}$, $\frac{N_i}{N}$ oznaczają kolejno udział PKB podregionu i w PKB ogółem dla Polski oraz udział populacji w podregionie i w populacji Polski ogółem. Współczynnik Theila definiowany jest wówczas następująco:

$$T = \sum_{i=1}^{72} \frac{PKB_i}{PKB} \ln \frac{\frac{PKB_i}{PKB}}{\frac{N_i}{N}} \quad (*)$$

Współczynnik ten przyjmuje wartość 0 w hipotetycznej sytuacji, gdy udział PKB każdego podregionu w PKB dla Polski byłby dokładnie równy udziałowi populacji tego podregionu w populacji Polski – oznaczałoby to brak zróżnicowania pod względem PKB *per capita* w podregionach Polski. Z kolei w innej hipotetycznej sytuacji, kiedy jeden podregion wytwarzałby prawie cały PKB Polski (maksymalne możliwe zróżnicowanie PKB *per capita*), a inne podregiony wytwarzałyby bardzo niewielkie ilości PKB, wartość współczynnika Theila dążyłaby do maksymalnej wartości $\ln 72$. A zatem współczynnik Theila przyjmuje wartości od najmniejszej (0) do największej ($\ln L_j$), gdzie L_j to liczba jednostek, których zróżnicowanie badamy (w naszym przykładzie są to podregiony). Najmniejsza wartość oznacza najmniejsze możliwe zróżnicowanie, a największa oznacza największe zróżnicowanie. Wartości współczynnika Theila można znormalizować do przedziału $[0,1]$, poprzez podzielenie wartości wyrażenia (*) powyżej przez wartość najwyższą, tj. $\ln 72$. W niniejszym opracowaniu zdecydowano się jednak na utrzymanie nieznormalizowanej wersji.

Zauważmy, że współczynnik Theila stanowi sumę ważoną logarytmu stosunku PKB *per capita* w danym podregionie do PKB *per capita* w Polsce z wagami równymi udziałom PKB w danym podregionie w PKB dla Polski. A zatem w podregionach biedniejszych niż średnia dla Polski wartość logarytmu stosunku PKB *per capita* danego w danym podregionie do PKB *per capita* dla Polski jest ujemna, a w podregionach bogatszych niż Polska wartość ta jest dodatnia.

Podstawowa wersja współczynnika Theila, zwana również współczynnikiem Theila z udziałami PKB jest bardziej wrażliwa na zmiany w bogatych podregionach, a mniej na zmiany w biednych podregionach. Istnieje wersja druga współczynnika Theila, zwana współczynnikiem Theila z udziałami populacji, która jest bardziej wrażliwa na zmiany w biedniejszych podregionach. Można ją zapisać następująco:

$$T' = - \sum_{i=1}^{72} \frac{N_i}{N} \ln \frac{\frac{PKB_i}{PKB}}{\frac{N_i}{N}} \quad (**)$$

Zarówno współczynnik Theila z udziałami PKB T jak i druga wersja współczynnika Theila z udziałami populacji T' może być rozszerzona o dwa elementy:

- a) dekompozycja współczynnika według podgrup;
- b) dekompozycja współczynnika dla PKB *per capita* na składowe.

Zacznijmy od pierwszego elementu. Chcemy zbadać zróżnicowanie poziomu PKB *per capita* w podregionach Polski, ale to zróżnicowanie chcemy rozbić na dwie składowe:

- zróżnicowanie podregionów względem makroregionów (nazywane zróżnicowaniem „wewnątrz”);
- zróżnicowanie makroregionów względem Polski (nazywane zróżnicowaniem „pomiędzy”).

Aby zobrazować metodę dekompozycji współczynnika Theila według podgrup czyli w naszym przykładzie makroregionów, wprowadźmy dodatkowe oznaczenia: dana zmienna z subskrypcją k oznaczać będzie jeden z pięciu makroregionów Polski (Polska Wschodnia, Zachodnia, Południowa, Centralna oraz Polska Północna) natomiast n_k oznaczać będzie liczbę podregionów w makroregionie k . A zatem 72 podregiony (oznaczone jako i) dzielą się na 5 makroregionów k , z których każdy ma n_k podregionów. Poniższe wyprowadzenie ilustruje metodę dekompozycji na podgrupy:

$$\begin{aligned}
 T &= \sum_{i=1}^{72} \frac{PKB_i}{PKB} \ln \frac{\frac{PKB_i}{N_i}}{\frac{PKB}{N}} \\
 &= \sum_{k=1}^5 \sum_{i=1}^{n_k} \frac{PKB_k}{PKB} \frac{PKB_i}{PKB_k} \ln \frac{\frac{PKB_k}{N_k} \frac{PKB_i}{N_i}}{\frac{PKB}{N}} \\
 &= \sum_{k=1}^5 \frac{PKB_k}{PKB} \left[\sum_{i=1}^{n_k} \frac{PKB_i}{PKB_k} \left(\ln \frac{\frac{PKB_i}{N_i}}{\frac{PKB_k}{N_k}} + \ln \frac{\frac{PKB_k}{N_k}}{\frac{PKB}{N}} \right) \right] \\
 &= \underbrace{\sum_{k=1}^5 \frac{PKB_k}{PKB} T_k}_{\text{zróżnicowanie wewnątrz}} + \underbrace{\sum_{k=1}^5 \frac{PKB_k}{PKB} \ln \frac{\frac{PKB_k}{N_k}}{\frac{PKB}{N}}}_{\text{zróżnicowanie pomiędzy}}
 \end{aligned}$$

gdzie T_k to współczynniki Theila dla podregionów względem makroregionów.

Współczynnik Theila czyli zróżnicowanie podregionów Polski względem PKB *per capita* rozdzielony został na dwie składowe:

- zróżnicowanie „wewnątrz”, tj. zróżnicowanie podregionów względem makroregionów;
- zróżnicowanie „pomiędzy”, tj. zróżnicowanie makroregionów względem Polski.

Dzięki takiej dekompozycji wiadomo, jak bardzo makroregiony są homogeniczne względem siebie i (na poziomie podregionów) wewnątrz siebie.

Podobnie dokonuje się dekompozycji wersji współczynnika Theila z udziałami populacji:

$$\begin{aligned}
 T' &= - \sum_{i=1}^{72} \frac{N_i}{N} \ln \frac{PKB_i}{\frac{PKB}{N}} \\
 &= - \sum_{k=1}^5 \sum_{i=1}^{n_k} \frac{N_k}{N} \frac{N_i}{N_k} \ln \frac{PKB_k PKB_i}{\frac{PKB}{N} \frac{PKB_k}{N_k}} \\
 &= - \sum_{k=1}^5 \frac{N_k}{N} \left[\sum_{i=1}^{n_k} \frac{N_i}{N_k} \left(\ln \frac{PKB_i}{\frac{PKB_k}{N_k}} + \ln \frac{PKB_k}{\frac{PKB}{N}} \right) \right] \\
 &= \underbrace{\sum_{k=1}^5 \frac{N_k}{N} T'_k}_{\text{zróżnicowanie wewnątrz}} - \underbrace{\sum_{k=1}^5 \frac{N_k}{N} \ln \frac{PKB_k}{\frac{PKB}{N}}}_{\text{zróżnicowanie pomiędzy}}
 \end{aligned}$$

gdzie T'_k to współczynniki Theila drugiego rodzaju dla podregionów względem makroregionów.

Drugie rozszerzenie podstawowego współczynnika Theila polega na jego dekompozycji na poszczególne składowe ekonomiczne. Wiadomo, że PKB *per capita* dla podregionów rozbić możemy na składowe multiplikatywne według następującego wzoru:

$$\frac{PKB_i}{N_i} = \frac{PKB_i}{PP_i} \frac{PP_i}{N_i^{15+}} \frac{N_i^{15+}}{N_i}$$

Gdzie PP_i to liczba pracujących w podregionie i , a N_i^{15+} to liczba populacji w wieku 15 lat i więcej w podregionie i .

Możemy rozbić współczynnik Theila z udziałami PKB dla PKB *per capita* na trzy składowe:

$$\begin{aligned}
 T &= \sum_{i=1}^{72} \frac{PKB_i}{PKB} \ln \frac{PKB_i}{\frac{PKB}{N}} \\
 &= \sum_{i=1}^{72} \frac{PKB_i}{PKB} \left(\ln \frac{PKB_i}{\frac{PKB}{PP_i}} + \ln \frac{PP_i}{\frac{N_i^{15+}}{N}} + \ln \frac{N_i^{15+}}{N} \right) \\
 &= \underbrace{\sum_{i=1}^{72} \frac{PKB_i}{PKB} \ln \frac{PKB_i}{\frac{PKB}{PP_i}}}_{\text{zróż. wydajności}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{72} \frac{PKB_i}{PKB} \ln \frac{PP_i}{\frac{N_i^{15+}}{N}}}_{\text{zróż. wsk. zatrudnienia}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{72} \frac{PKB_i}{PKB} \ln \frac{N_i^{15+}}{N}}_{\text{zróż. wsk. str. wiekowej}}
 \end{aligned}$$

A zatem całkowite zróżnicowanie PKB *per capita* w podregionach względem Polski można rozbić na zróżnicowanie dotyczące wydajności pracy, zróżnicowanie dotyczące wskaźnika zatrudnienia oraz zróżnicowanie dotyczące wskaźnika struktury wieku.

Analogicznie dla współczynnika Theila z udziałami populacji:

$$T' = - \sum_{i=1}^{72} \frac{N_i}{N} \ln \frac{PKB_i}{\frac{PKB}{N}}$$

$$\begin{aligned}
&= - \sum_{i=1}^{72} \frac{N_i}{N} \left(\ln \frac{PKB_i}{PP_i} + \ln \frac{PP_i}{N_i^{15+}} + \ln \frac{N_i^{15+}}{N} \right) \\
&= - \underbrace{\sum_{i=1}^{72} \frac{N_i}{N} \ln \frac{PKB_i}{PP_i}}_{\text{zróż. wydajności}} - \underbrace{\sum_{i=1}^{72} \frac{N_i}{N} \ln \frac{PP_i}{N_i^{15+}}}_{\text{zróż. wsk. zatrudnienia}} - \underbrace{\sum_{i=1}^{72} \frac{N_i}{N} \ln \frac{N_i^{15+}}{N}}_{\text{zróż. wsk. str. wiekowej}}
\end{aligned}$$

Można połączyć dekompozycję współczynnika Theila według podgrup oraz dekompozycję współczynnika Theila dla PKB *per capita* na składowe w jedno. Wówczas otrzymujemy informację, jak rozbić zróżnicowanie PKB *per capita* podregionów Polski na zróżnicowanie poszczególnych składowych (wydajności, wskaźnika zatrudnienia i wskaźnika struktury wieku) i jednocześnie dla każdego z tych składowych na zróżnicowanie wewnątrz makroregionów i zróżnicowanie pomiędzy makroregionami.

Metoda ma również tę zaletę, że dla każdego podregionu (makroregionu) i dla każdej składowej możemy sprawdzić, czy ten podregion przyczynia się do zmniejszenia, czy też zwiększenia zróżnicowania pod względem tej składowej.

W niniejszym raporcie zdecydowano się na implementację współczynnika Theila z udziałami populacji zamiast z udziałami PKB, ponieważ ten pierwszy wskaźnik bardziej oddaje zróżnicowanie w regionach biedniejszych. Większość strategii polityki spójności koncentruje się na regionach gorzej rozwiniętych, stąd lepsza identyfikacja zróżnicowania w tych regionach jest szczególnie pożądana.